

Elektrotehnički odsek, smer E2
Drugi kolokvijum iz Analize 2
17. 1. 2016.

1. (7 poena) Preslikavanjem $w = i + e^{-\frac{i\pi}{2} \frac{z-1}{z-3}}$ preslikati oblast:
 $G = \{z \in \mathbb{C} : |z - 2| > 1, \operatorname{Re}(z) < 3, \operatorname{Im}(z) > 0\}$.
2. (7 poena) Razviti funkciju $f(z) = (z^2 - 2zi - 5)e^{\frac{1}{z-i}}$ u Loranov red u okolini tačke $z_0 = i$, odrediti oblast konvergencije i izračunati $\operatorname{Res}(f(z), i)$.
3. (7 poena) Odrediti prirodu singulariteta funkcije $f(z) = \frac{\sin z - z}{z^5 + 9z^3}$ i izračunati $\int_L f(z)$ ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z + 4| = r, r \neq 4, r \neq 5\}$ pozitivno orijentisana.
4. (5 poena) Razviti funkciju $f(x) = x^2$ u Furijeov red po "kosinusima" na intervalu $[0, \pi]$. Koristeći dobijeni razvoj, dokazati da je $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = -\frac{\pi^2}{12}$.
5. (4 poena) Primenom Laplasove transformacije, rešiti diferencijalnu jednačinu $y'' - 3y' + 2y = 9 \sin 3x - 7 \cos 3x$, uz uslove $y(0) = 1, y'(0) = 0$.